

線形貯水池モデルの解説

1. 仕様

No	項目		内容
1	DLL 名		CommonMPIIntroduction.LinearReservoirModel.dll
2	概要 (Summary)		水文学的な洪水河道追手法の一つである。ある河道区間を考え、その河道区間の上端から流入する河川流量が与えられた場合に、その河道区間の下端から流出する河川流量を求める。河道区間下端から流出する河川流量は河道区間の貯留量に比例して定まると考えるため、線形貯水池モデルとよばれる。上流から流量を受け取り、下流に流量を送信する。状態量は貯留量である。
3	送受信パターン	受信	上流端流入 伝送仕様：ポイント時系列情報 変数名：流量 (m ³ /sec)
		送信	下流端出力 伝送仕様：ポイント時系列情報 変数名：流量 (m ³ /sec)
4	プロパティ情報	パラメータ	1) 差分計算の時間間隔 (sec) 2) 貯留量に対する流出係数 (sec), $S = kQ$ の k
		状態量	河道区間における初期貯留量 (m ³)
5	備考		

2. 解説

ある河道区間を考え、時刻 t におけるその区間上端への流入量を $I(t)$ 、その区間下端からの流出量を $Q(t)$ 、その区間の河道貯留量を $S(t)$ とする。 $S(t)$ の初期値と $I(t)$ が与えられた場合に、河道区間での連続式

$$\frac{dS}{dt} = I - Q \dots\dots\dots(1)$$

および S と Q 、 I の間の線形の関係式

$$S = kQ \dots\dots\dots(2)$$

を用いて河道区間下端からの河川流量 Q を求めるモデルを線形貯水池モデルという。

3. 解法

(2) 式を(1) 式に代入し、以下のように離散化する。添え字 j は時刻 t での値を表し、 $j+1$ は $t+\Delta t$

での値を表す。 Δt は差分の時間間隔である。

$$\frac{S_{j+1} - S_j}{\Delta t} = \frac{I_{j+1} + I_j}{2} - \frac{S_{j+1} + S_j}{2k} \dots\dots\dots(3)$$

これを S_{j+1} について解くと

$$S_{j+1} = \left\{ \frac{I_{j+1} + I_j}{2} + S_j \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{2k} \right) \right\} / \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2k} \right) \dots\dots\dots(4)$$

が得られる。上流からの流入量 I_j と I_{j+1} とは与えられるため、 S_j がわかれば S_{j+1} を得ることができる。初期時刻の S は初期状態量として与えられるので、(4)式を逐次用いることにより将来時刻の S が求められる。これを(2)式に代入すれば

$$Q_{j+1} = S_{j+1} / k \dots\dots\dots(5)$$

として河道区間下端からの流出量を求めることができる。

4. 要素モデルの設定

1) 要素モデルのパラメータ設定

流域要素に線形貯水池モデルを設定した後、要素モデルをダブルクリックし、「詳細設定」から「プロパティ設定」を選択して、タイムステップ（差分時間間隔 Δt ）[sec]と係数 k [sec] の値を設定する。

2) 要素モデルの初期値の設定

流域要素に線形貯水池モデルを設定した後、要素モデルをダブルクリックし、「詳細設定」から「初期状態設定」を選択して、初期貯留量（ m^3 ）の値を設定する。

3) 要素モデルの接続設定

受信側として、「上流端流入」を設定する。流入する流量の単位は m^3/sec であることに注意する。送信側として「下流端出力」を設定する。下流端からは流量（ m^3/sec ）と貯留量（ m^3 ）を出力する。デフォルトの出力は流量である。貯留量をモニターしたい場合は、「結線」で貯留量を選択する。

5. 利用例

河道区間上流から流量（赤線）を与える。つまり上流端流入としてこのデータを設定する。上流端流入の設定の仕方として、外部ファイルに設定した流量を読み込む要素モデルを上流端流入に設定する、あるいは模擬的に流量を発生する要素モデルを上流端に設定するなどが考えられる。この例では、以下の関数で発生させた流量 $Q(t)$ を上流端からの流入量としている。

$$Q(t) = Q_b + (Q_p - Q_b) \left\{ \frac{t}{t_p} \exp \left(1 - \frac{t}{t_p} \right) \right\}^c$$

ここで Q_b は基底流量 (m³/sec)、 Q_p はピーク時の流量 (m³/sec)、 t_p は初期時刻をゼロとしてピーク流量が発生する時刻 (sec)、 c は係数である。以下の例では $Q_b = 0$ m³/sec、 $Q_p = 2000$ m³/sec、 $t_p = 10$ hr、 $c = 10$ とした。図 1 はこれによって設定した上流端流入量と $K=36000$ sec とした場合の河道区間下端から流出する流量である。

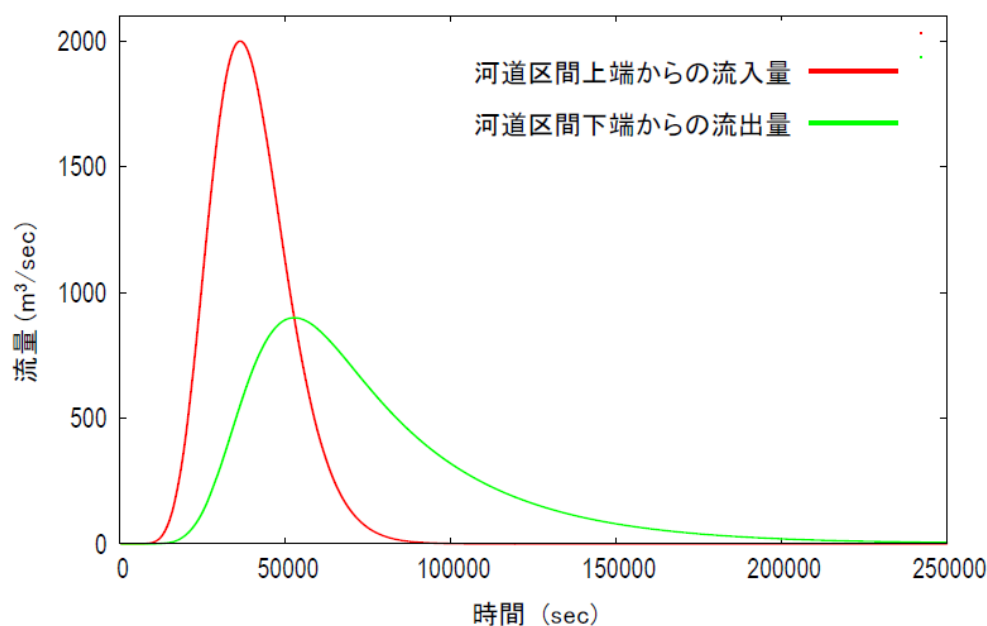


図 1 線形貯水池モデルによって計算される河川区間下端からの流量

式(1)から明らかなように、 $I=Q$ のときに S は最大となり、式(2)よりこのとき Q も最大となる。つまり河道区間下端からの流出量が最大となるときに、その流出量は流入量と等しくなる。その結果が図 1 から確認できる。パラメータ k は時間の次元を持ち、上端からの流入と下端からの流出の時間遅れを表す。 k が大きいほど時間遅れは大きい。

6. 参考文献

椎葉充晴・立川康人・市川 温：例題で学ぶ水文学，第 7 章，森北出版，2010.